

Г. С. ЖЕЛЕЗНЯК (Днепрпроектстальконструкция, Днепрпетровск),  
К. И. СОЛДАТОВ (ДИИТ)

## ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕСИММЕТРИЧНЫХ НЕРАЗРЕЗНЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ

У роботі на прикладі нерозрізних прогонових будов мостів досліджено вплив несиметричності схеми на частоти і форми власних коливань. Показано, що за певних довжин прогонів регулярних схем можливе їх використання для визначення частот прогонових будов.

В работе на примере неразрезных пролетных строений мостов исследовано влияние несимметричности схемы на частоты и формы собственных колебаний. Показано, что при определенных длинах пролетов регулярных схем возможно их использование для определения частот пролетных строений.

In this paper on the example of continuous spans of bridges the asymmetry influence of the scheme on the frequency and forms of natural oscillations is investigated. It is shown that under certain span lengths of regular schemes the use of them to determine the span frequencies is possible.

В широком диапазоне типовых пролетных строений ферм железнодорожных мостов (от 33 до 154 м), неразрезные пролетные строения представлены схемами  $2 \times 110$  м,  $2 \times 132$  м,  $110+132+110$  м и  $132+154+132$  м. Для обеспечения необходимого габарита пропуска судов ДСТУ Б В.2.3-1-95 устанавливает ширину подмостовых габаритов в зависимости от класса реки от 30 м (для 7 класса) до 140 м (для 1 и 2 класса), при этом достаточно выдержать габариты двух пролетов. Если обратиться к трехпролетным фермам, то требования к величине третьего пролета не устанавливаются, следовательно, он может иметь и иную длину. В большей степени данное исследование относится к мостам, где одна или две неразрезные фермы перекрывают русловые участки, в то время как пойменные участки перекрыты обычными балочными разрезными пролетными строениями.

Сечения поясов ферм (в том числе и неразрезных) на протяжении всей длины остается постоянным, что позволяет изменить длину одного из крайних пролетов путем уменьшения количества панелей. Данное уменьшение длины одного из пролетов (крайнего), теоретически имеет смысл, если необходимо изменить собственные частоты колебаний фермы. Возможна и обратная задача, когда в силу тех или иных причин, характера реки, изменчивости фарватера в зависимости от времени года (пленоводности реки), необходимо обеспечить круглогодичное судоходство. И, как один из вариантов, возможно рассмотреть увеличение одного из крайних пролетов (двухпролетные неразрезные), приводящее схему к неразрезной несимметричной. В данном случае преследует-

ся та же цель – изменить частоту (период) колебаний.

Действующий нормативный документ ДБН В.2.3-14:2006 «Мосты та труби. Правила проектування», как и его предшественник СНиП 2.05.03-84 «Мосты и трубы», вводит следующие ограничения по периодам горизонтальных и вертикальных колебаний мостов (п. 1.48);

– для балочных разрезных металлических и сталежелезобетонных пролетных строений железнодорожных мостов периоды горизонтальных колебаний не должны быть более  $0,01L$  ( $L$  – пролет в метрах) и не превышать 1,5 с;

– в пролетных строениях городских и пешеходных мостов расчетные периоды (в неразгруженном состоянии) по двух нижшим формам не должны быть в диапазоне  $0,45 \dots 0,60$  с в вертикальной плоскости и от  $0,9 \dots 1,2$  с – в горизонтальной;

– периоды вертикальных и горизонтальных колебаний на стадии монтажа пролетных строений не должны превышать 2 с, а крутильных – 1,5 с.

Таким образом, вопрос определения собственных частот колебаний продолжает оставаться актуальным, поскольку он напрямую связан с динамикой пролетных строений и возможными резонансными (или близкими к ним) явлениями.

В [1] были определены частоты и построены формы колебаний для пролетного строения  $110+132+110$  м пятью различными способами, в том числе численно с помощью МКЭ ЛИРА.

В работе [2] проанализировано влияние изменения длин пролетов на частоту собственных

колебаний неразрезной трехпролетной балки на жестких опорах. В общем случае уравнение для определения частот собственных колебаний трехпролетных неразрезных балок на жестких опорах будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\rho_{31}}{\varepsilon_{31}^3} \cdot \frac{\rho_{21}}{\varepsilon_{21}^3} \cdot B_1 \cdot B_2 \cdot B_3 - \frac{\rho_{31}}{\varepsilon_{31}^3} \cdot S_1 \cdot S_3 \cdot D_2 + \frac{\rho_{21}^2}{\varepsilon_{21}^6} \cdot B_1 \cdot B_3 \cdot S_2 + \frac{\rho_{21}}{\varepsilon_{21}^3} \cdot S_1 \cdot B_2 \cdot B_3 = 0, \quad (1)$$

где  $B_1, B_2, B_3, S_1, S_2, S_3, D_2$  – функции Прагера, имеющие вид:

$$B(\lambda) = \text{ch}\lambda \sin \lambda - \text{sh}\lambda \cos \lambda ;$$

$$S(\lambda) = 2\text{sh}\lambda \sin \lambda ; D(\lambda) = \text{ch}\lambda \cos \lambda - 1;$$

$\rho_{21}, \rho_{31}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{31}$  – коэффициенты нерегулярности, соответственно, по массе и жесткости пролетов. Для рассматриваемого случая, когда отсутствует нерегулярность по массе и жесткости пролетов, для коэффициентов нерегулярности будет выполняться следующая зависимость:

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{12} = \rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{23} = 1. \quad (2)$$

Следовательно, исходя из выражения (2), частотное уравнение запишется только в функциях Прагера:

$$B_1 \cdot B_2 \cdot B_3 - S_1 \cdot S_3 \cdot D_2 + B_1 \cdot B_3 \cdot S_2 + S_1 \cdot B_1 \cdot B_3 = 0. \quad (3)$$

Расчетные характеристики пролетного строения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики	Ед. изм.	Значения	
		110+132+110	132+154+132
Расстояние между главными фермами	м	5,80	5,80
Полная длина пролетного строения	м	353,14	419,14
Высота балки проезжей части	м	1,85	1,85
Высота фермы	м	15,0	15,0
Вес пролетного строения	т	1594	2044
Погонный вес	т/м.п.	5,43	5,43
Момент инерции фермы	м <sup>4</sup>	5,456	5,456

Из уравнения (3) определим частотные коэффициенты  $\lambda_i$  и далее по известной формуле круговую частоту:

$$\omega = \frac{\lambda^2}{2\pi\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (4)$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний, рад/с;  $\lambda_i$  – частотный коэффициент;  $\ell$  – длина пролета, м;  $m$  – погонная масса участка, т/п.м.;  $EI$  – жесткость участка, тм<sup>2</sup>.

Анализ частот и форм собственных колебаний неразрезных пролетных строений показал, что для исследования процесса взаимодействия такой системы при входе подвижной нагрузки на мост и при ее сходе с сооружения, когда условия работы пролетных строений оказываются наиболее неблагоприятными, требуется учет не менее  $3k$  форм возможных колебаний пролетных строений, где  $k$  – число пролетов [3]. Таким образом, для трехпролетных расчетных схем минимальное количество частот и форм должно составлять не менее 9.

Исследование возможного влияния на частоту собственных колебаний пролетного строения 110+132+110 м изменения величины одного из крайних пролетов проведено путем изменения длины крайнего пролета с шагом панели фермы ( $d = 11$  м) как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения, для получения полного спектра изменения частот. На рис. 1 приведены расчетные схемы неразрезных пролетных строений (110+132+110 м и 132+154+132 м). В табл. 2 приведены численные значения частот для обеих схем пролетных строений.

На основании данных табл. 2 построим график изменения частот по каждой из 9 форм для пролетного строения 110+132+110 м. По оси ординат отложим значение частот, по оси абсцисс – длину крайнего пролета, изменяющегося в диапазоне длин от 55 до 132 м (рис. 2).

Как видно из графика на рис. 2, изменение длины крайнего пролета оказывает на частоты наибольшее влияние на высшие формы начиная с 6, а также на 3 форму.

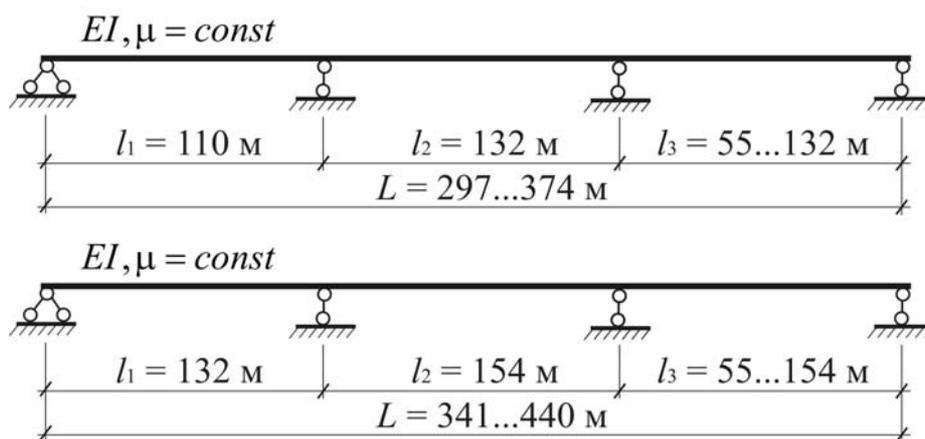


Рис. 1. Расчетные схемы пролетных строений

Таблица 2

Расчетная схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9
110+132+55	2,263	3,464	7,705	10,754	12,484	17,910	23,350	29,824	39,357
110+132+66	2,229	3,429	7,082	9,343	11,271	17,394	23,215	27,850	32,395
110+132+77	2,194	3,388	5,916	8,520	11,138	16,918	21,878	23,745	30,425
110+132+88	2,154	3,325	4,847	8,230	11,069	15,638	18,684	23,375	29,677
110+132+99	2,103	3,204	4,120	8,050	10,972	13,276	17,698	23,253	27,597
110+132+110	2,030	2,975	3,743	7,859	10,538	11,571	17,280	22,651	24,014
110+132+121	1,921	2,713	3,592	7,542	9,401	11,200	16,750	19,877	23,402
110+132+132	1,769	2,522	3,523	6,946	8,648	11,111	15,483	18,156	23,281
132+154+55	1,641	2,482	5,748	7,720	10,993	13,887	16,491	22,150	28,072
132+154+66	1,622	2,459	5,573	7,528	8,805	12,983	16,373	21,671	27,689
132+154+77	1,603	2,436	5,178	6,765	7,986	12,686	16,295	20,359	23,696
132+154+88	1,583	2,409	4,465	6,231	7,861	12,411	15,983	17,263	22,300
132+154+99	1,562	2,374	3,753	6,023	7,807	11,824	14,122	16,454	21,833
132+154+110	1,536	2,319	3,211	5,904	7,759	10,480	13,111	16,360	21,088
132+154+121	1,502	2,222	2,851	5,801	7,673	9,053	12,768	16,276	18,959
132+154+132	1,454	2,076	2,658	5,674	7,361	8,147	12,525	15,849	16,829
132+154+143	1,385	1,926	2,566	5,460	6,731	7,904	12,156	14,281	16,429
132+154+154	1,293	1,813	2,517	5,088	6,287	7,833	11,347	13,257	16,347

Для анализа относительного изменения частот по 9 формам построен график приведенный на рис. 3. Здесь частоты по всем схемам сравнивались с частотой по схеме 110+132+110 м (132+154+132 м). В общем случае процент погрешности при определении частот определялся по формуле

$$\frac{\omega_p - \omega_{np}}{\omega_p} \times 100\%, \quad (5)$$

где  $\omega_{np} = \omega_\ell$  – частоты балки по схеме 110+132+110 м (132+154+132 м).

Для исходной схемы 110+132+110, как видно из графика на рис. 3, с увеличением длины крайнего пролета на величину одной-двух панелей частоты по формам 1, 2, 4, 5, 8 вышли из предела инженерной достоверности расчетов частот – 10 % интервала.

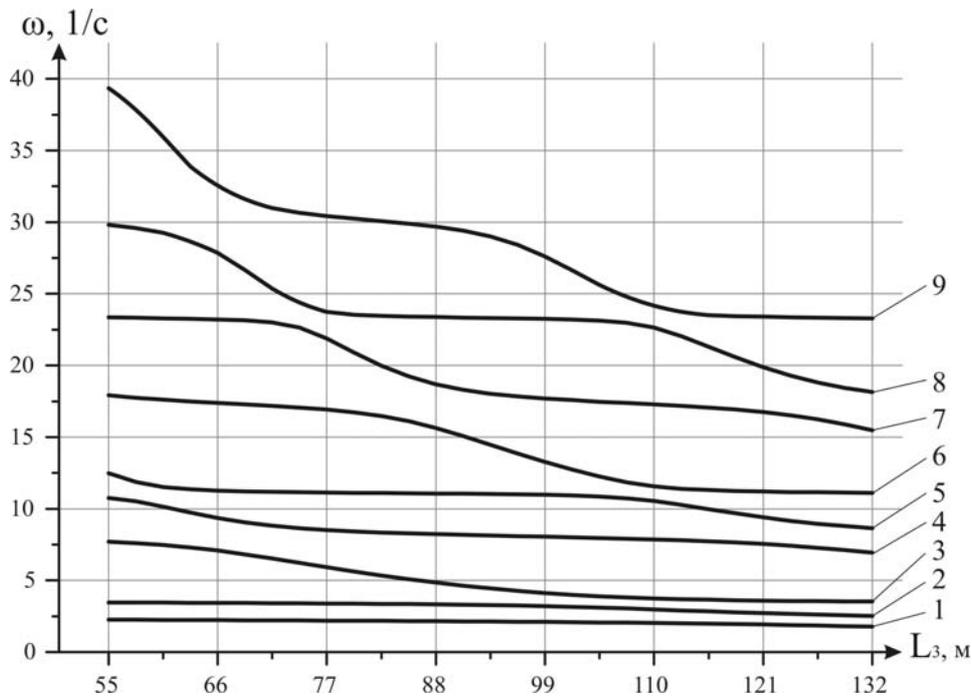


Рис. 2. График изменения частот по формам 1–9 в зависимости от длины крайнего пролета для схемы 110+132+110 м

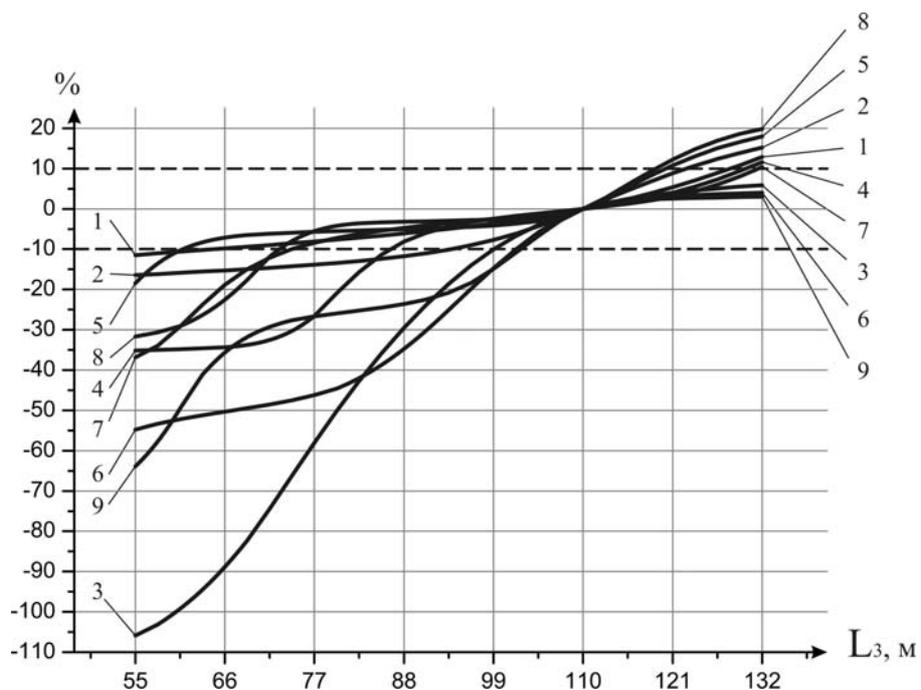


Рис. 3. График изменения частот балок относительно частоты по симметричной схеме 110+132+110 м по формам 1–9

При уменьшении пролета относительная частота по первой форме изменяется не так значительно, достигая погрешности в 10 % непосредственно возле нижней границы диапазона изменяемых схем. Изменение частоты по второй форме происходит в 15 % погрешности вплоть до нижней границы диапазона изменяемых схем. На частоте по третьей форме наиболее существенно отражается изменение одного

из крайних пролетов в сторону уменьшения. Как видно по графику рис. 3, относительная погрешность для частоты по третьей форме вышла за границы интервала 10 % уже при уменьшении протяженности крайнего пролета на длину панели фермы.

Графики для пролетного строения по схеме 132+154+132 м во многом совпадают с приведенными на рис. 2 и рис. 3, поэтому в данной

статье только обозначим допустимые интервалы данной схемы. Формы для схем 110+132+110 м и 132+154+132 м практически идентичны, поэтому в рамках данной статьи ограничимся только построением форм по первой схеме.

В общем виде для схемы 132+154+132 м верны все отмеченные выше закономерности для 110+132+110 м, с той разницей, что изменение относительной погрешности происходит менее выражено. Так, при уменьшении крайнего пролета до 55 м погрешность по первой форме выходит за пределы 10 % интервала, тоже самое происходит с погрешностью для второй формы, которая при приближении к нижней границе диапазона изменяемых схем достигает 20 %. Однако при увеличении крайнего пролета процент относительной погрешности меньше аналогичных значений схемы 110+132+110 м, ввиду большей длины неизменяемых пролетов.

На рис. 4 приведены формы колебаний для первых 9 частот для балок по схемам 110+132+55 м, 110+132+110 м, 110+132+132 м. В качестве нормирующего параметра был выбран угол поворота на первой опоре. Графики форм колебаний полностью соответствуют всему вышесказанному относительно частот. Так, значительное изменение частоты при колебаниях по 3 форме, связанное с уменьшением пролета до 55 м находит свое отражение на соответствующем графике. На рис. 4 сохранено взаимное отношение форм, что позволяет оценить не только качественную составляющую, но и относительные перемещения форм по разным схемам. Так, на рис. 4 видно увеличение перемещений в среднем и крайнем пролетах по 1 форме при увеличении величины крайнего до 132 м. Так же видно, что относительные перемещения по 4, 7, 8 формам существенно больше соответствующих перемещений по другим схемам.

Несмотря на значительное изменение длины крайнего пролета – абсолютное изменение составляет от –55 м до +22 м (для схемы 110+132+110 м) и –77 м до +22 м (для схемы 132+154+132 м), относительное удлинение находится в пределах от –50 % до 20 % (для схемы 110+132+110 м) и от –58 % до 17 % (для схемы 132+154+132 м), относительные длины центрального и крайнего пролетов изменяются одинаково в меньшем интервале – от +18,5 % до 6 % (для схемы 110+132+110 м) и от –23 % до +6 % (для схемы 132+154+132 м).

Интервал длин крайнего пролета, при котором изменение длины крайнего пролета не приводит к изменению частоты симметричной балки больше чем на 10 %, для частоты по первой и второй форме составляет от 77 м до 132 м. Для частоты по третьей форме интервал более сужен, и равен от 99 м до 132 м. Данные интервалы справедливы и для схемы 132+154+132 м.

На рис. 5 приведен график относительной погрешности по частотам для первых трех форм относительно регулярной при определении частот по обеим схемам. По оси абсцисс отложена длина пролета для регулярной схемы. Как видно по графикам, пролет, при котором можно перейти к регулярной схеме с наименьшей погрешностью (до 10 %), для схемы 110+132+110 м составляет около 120 м для частоты по первой и третьей форме, для второй находится в диапазоне около 110 м; для 132+154+132 м допустимо перейти к регулярной схеме с величиной пролета 143 м по частоте по первой и третьей формам, и 135 м – для второй. Минимальное значение относительной погрешности для частот по высшим формам находятся в интервале заданном для первой и третьей форм, кроме частот при пятой и восьмой формам, характер изменения погрешности для которых полностью соответствует частоте по второй форме колебаний.

Определим частоты и периоды горизонтальных колебаний пролетного строения.

Момент инерции в горизонтальной плоскости найдем, воспользовавшись известными полумпирическими формулами для периодов вертикальных и горизонтальных колебаний [7]. Формулы позволяют выразить момент инерции в горизонтальной плоскости через момент инерции в вертикальной. После преобразования приходим к зависимости:

$$I_{гор} = I_{сп} \times \left[ \frac{B}{H} \times \frac{0.9}{1.93 - 0.01\ell} \right]^2, \quad (6)$$

где  $B$  – ширина пролетного строения;  $H$  – высота пролетного строения;  $\ell$  – полная длина;  $I_{сп}$  – момент инерции в вертикальной плоскости.

Для пролетных строений 110+132+110 м и 132+154+132 м момент инерции в горизонтальной плоскости будет равен 0,4275 м<sup>4</sup>. Решив уравнение (3), подставив вместо вертикальной горизонтальную жесткость, найдем период колебаний в горизонтальной плоскости.

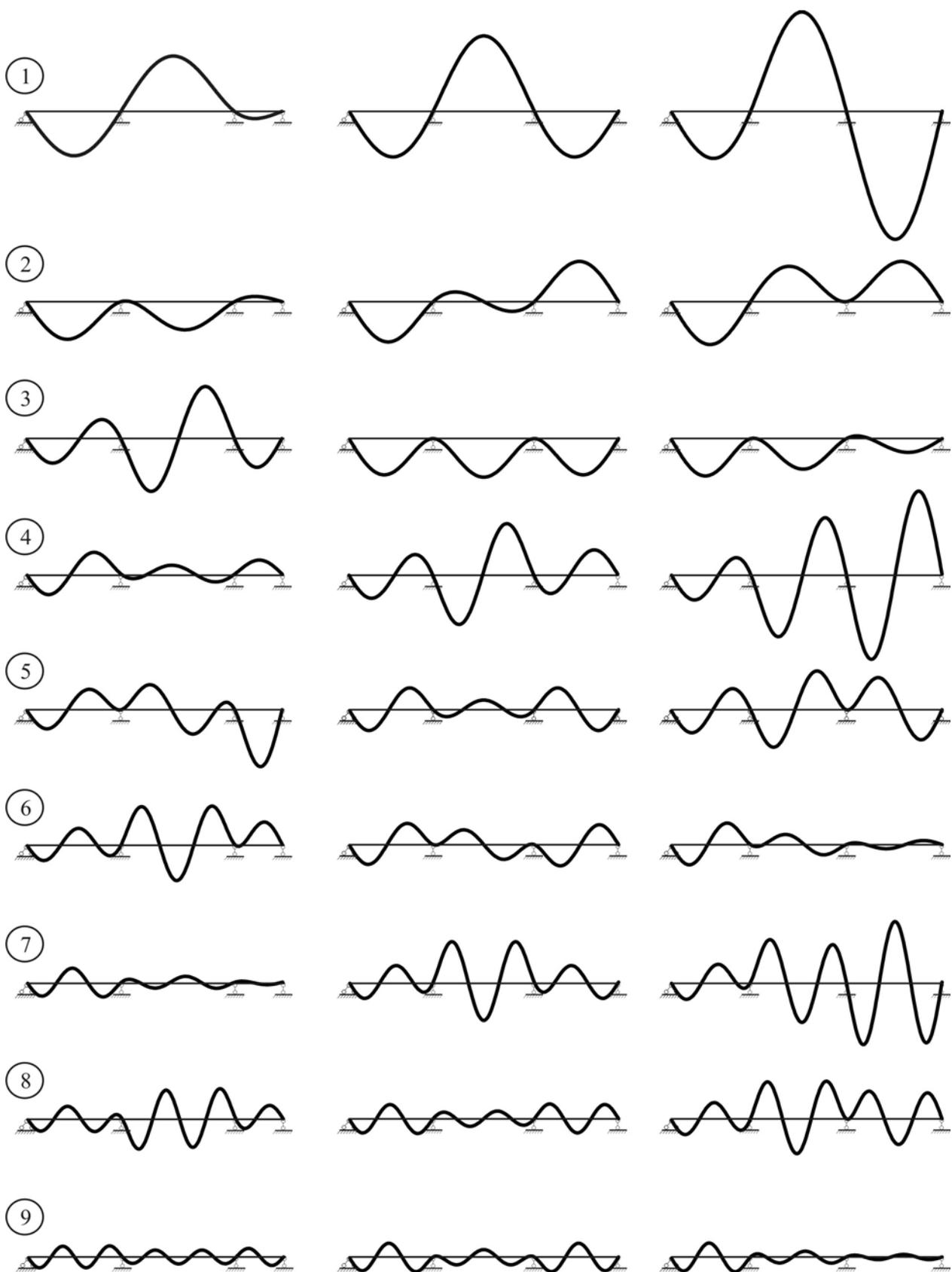


Рис. 4. Формы колебаний балок. Слева направо: для схемы 110+132+55 м, 110+132+110 м и 110+132+132 м. Цифрами обозначены номера форм

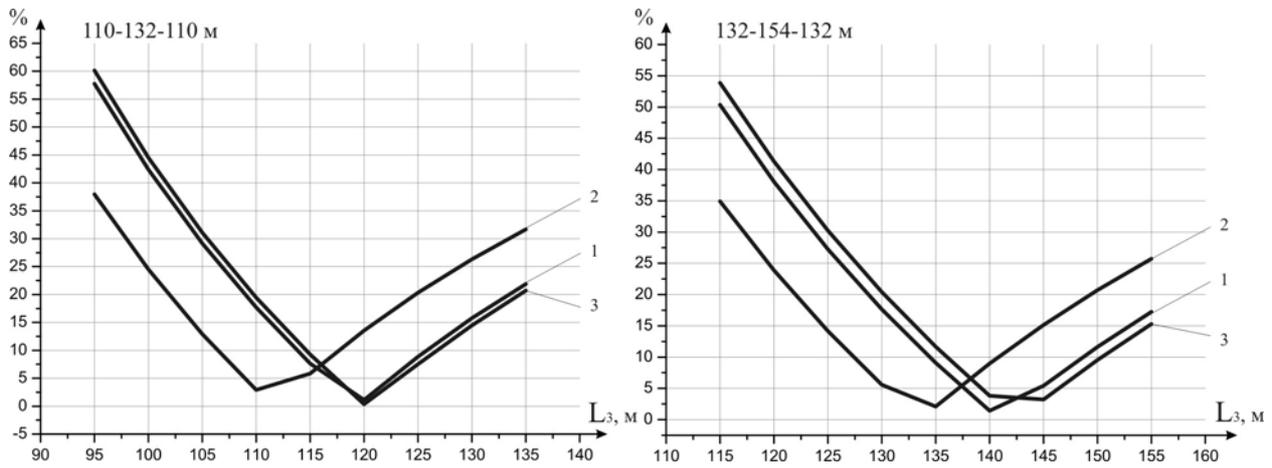


Рис. 5. График погрешности относительно равнопролетной схемы при определении частот по схемам 110+132+110 м и 132+154+132 м

Так, для схем 110+132+55 м до 110+132+132 м период собственных колебаний для частоты по первой форме находится в диапазоне от 2,019 до 2,583 с, по второй форме – 1,319...1,811 с. Для схем 132+154+55 м до 132+154+154 м период собственных колебаний для частоты по первой форме изменяется в диапазоне от 2,783 до 3,534 с, по второй форме – 1,840...2,520 с. Таким образом, периоды колебаний не находятся в интервале периодов, ограниченном СНиП. Увеличение длины край-

него пролета приводит к уменьшению частоты собственных колебаний, и соответствующему обратно пропорциональному увеличению периода собственных колебаний.

Как видно по графику на рис. 6, практически для всех длин пролетов для схемы пролетного строения 110+132+110 м периоды колебаний по первой форме находятся в диапазоне 0,45...0,6 с, нахождение их в которой по СНиП считается нежелательным.

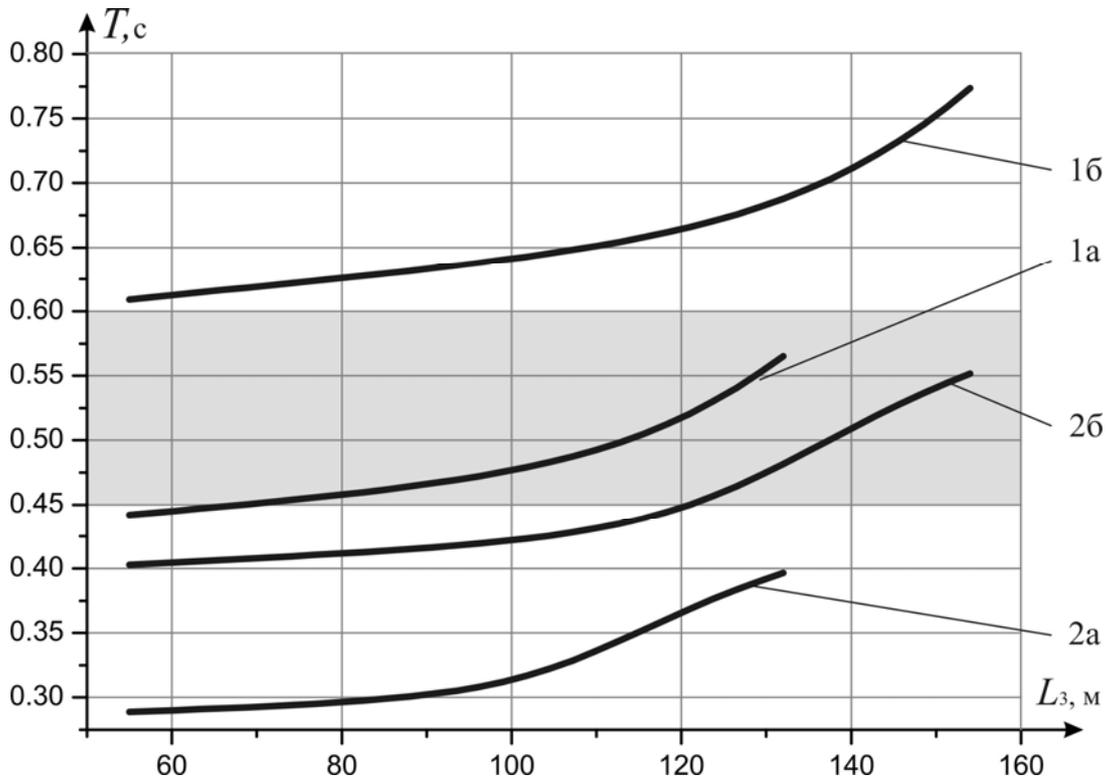


Рис. 6. График изменения периодов вертикальных колебаний в зависимости от величины крайнего пролета: 1а, 16 – для пролетного строения 110+132+110 м; 2а, 26 – для пролетного строения 132+154+132 м

В то же время, уменьшение длины крайнего пролетного строения на панель для схемы

132+154+132 м приводит к выходу из данного диапазона периодов колебаний по второй фор-

ме. Периоды колебаний по 1 форме для схемы 132+154+132 м и периоды колебаний по 2 форме для схемы 110+132+110 м не попадают в диапазон, указанный СНиП.

Таким образом, можно отметить, что в случае увеличения одного из пролетов наряду с выходом на первый план вопросов прочности, экономической составляющей проекта, условий местности должен возникнуть вопрос о частотах собственных колебаний, изменение которых влечет за собой существенное изменение характера действительной работы конструкций под подвижной нагрузкой.

Выполненное исследование позволяет также сделать вывод о возможности и целесообразности проектирования неразрезных двух- и трехпролетных ферм несимметричных как более эффективных с точки зрения их поведения под динамической нагрузкой. К тому же это позволяет уменьшить один из пролетов, которые предусмотрены для ширины подмостовых габаритов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Распопов, А. С. Свободные колебания неразрезных ферм железнодорожных мостов [Текст] / А. С. Распопов, К. И. Солдатов // Вопросы статической и динамической работы мостов: межвуз. сб. научн. тр. – Д., 1989. – С. 47-53.

2. Железняк, Г. С. Исследование собственных колебаний квазирегулярной трехпролетной балки [Текст] / Г. С. Железняк, К. И. Солдатов // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2005. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2005. – С. 166-173.
3. Каплан, В. Взаимодействие подвижного состава с неразрезными пролетными строениями железнодорожных мостов [Текст] / В. Каплан, Ю. Г. Козьмин, Э. А. Шраер // Вопросы динамики мостов и теории колебаний: межвуз. сб. науч. тр. / ДИИТ. – Д., 1980.
4. Ананьев, И. В. Справочник по расчету собственных колебаний упругих систем [Текст] / И. В. Ананьев, – М., 1946. – 224 с.
5. Эйхе, Г. Н. Анализ структуры уравнения частот и форм колебаний прямолинейных цепных стержневых систем и свободные колебания радиально-вантовых мостов [Текст] : дисс. ... канд. техн. наук. – 183 с.
6. Солдатов, К. І. Дослідження динаміки нерегулярних по довжинах прольотів мостових конструкцій [Текст] / К. І. Солдатов, Г. С. Железняк, К. В. Гуржій. – Д., 2004. – С. 221-226.
7. Динамика железнодорожных мостов [Текст] / Н. Г. Бондарь и др. – М.: Транспорт, 1965. – 412 с.

Поступила в редколлегию 11.03.2010.  
Принята к печати 20.03.2010.