

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК

Запропоновано економіко-математичну модель розкриття та підготовки шахтного поля, засновану на теорії графів. Модель оптимізовано за фактором мінімальних обсягів проведення підготовчих виробок.

Предложена экономико-математическая модель вскрытия и подготовки шахтного поля, основанная на теории графов. Модель оптимизирована по фактору минимальных объемов проведения подготовительных выработок.

We propose an economic-and-mathematical model of opening and preparation of mine field based on the graph theory. The model is optimized by the factor of minimum amounts of conducting the preparation underground works.

Актуальность

Для решения задач, связанных с проектированием горных предприятий и их дальнейшим развитием, отечественными учеными еще в 70...80-е годы прошлого столетия были разработаны методы количественной оценки параметров горных предприятий на основе экономико-математического моделирования [1 – 6]. В те годы оптимизационные модели строились на основе критерия приведенных затрат. Как ограничения вводились требования по обеспечению заданных объемов производства или качества товарной продукции [4 – 6]. Актуальность задачи оптимизации параметров вскрытия и подготовки шахтных полей обусловлена не только многообразием функциональных связей между отдельными технологическими звеньями, но и тем обстоятельством, что более 60 % общей суммы капитальных затрат, направляемых на поддержание, и 70 % – направляемых на строительство новых выработок, составляют затраты на горные работы. Если рассмотреть граф системы оптимизируемых параметров, то блоки, характеризующие вскрытие и подготовку, определяют множество альтернативных вариантов, как отдельной шахты, так и всего шахтного фонда региона. Поэтому основным вопросом, возникающим при рассмотрении перспектив развития шахт, прежде всего, является обоснованный выбор основных характеристик способов вскрытия и подготовки, решение которого и является целью настоящей публикации.

Постановка задачи

Для решения поставленной задачи разработана экономико-математическая модель, основан-

ная на теории графов и методах оптимального программирования.

Изложения материала и результаты

Главная особенность модели – возможность использования для ее решения потоковых алгоритмов стандартными методами.

При обосновании необходимости векторной оптимизации параметров шахт выбор того или иного метода в значительной мере условно предопределен фактором глубины. Это не случайно, так как во многих случаях необходимо исследовать и транспортные и вентиляционные сети шахт, качество которых во многом определяется состоянием горных выработок.

Сетевые методы оптимизации в принципе позволяют совместно оптимизировать потоки груза и воздуха. Вместе с тем апробация метода показала, что если горные работы ведутся на одном горизонте и вентиляционные сети шахт, разрабатывающих, например, крутые пласты шахт, достаточно стабильны, то, как правило, фактор вентиляции не сдерживает необходимый рост добычи. Однако, совместный синтез транспортных и вентиляционных потоков вызывает серьезные трудности при построении исходного мультиграфа, а недостаточно высокая сходимость задачи отражается на сходимости результата. По этой причине для выделения на исходном мультиграфе частичного подграфа с заданными свойствами предпочтение отдавалось транспортным алгоритмам.

Согласно [3], математическая задача формулируется следующим образом. В m пунктах (очистных забоях) добывается, соответственно, G_1, G_2, \dots, G_m т полезного ископаемого, которое требуется доставить в n пунктов потребления (в

технологический комплекс на поверхности). В противоположном направлении – от поверхности к очистным и подготовительным забоям – подается свежий воздух. Исходя из этого, в конкретных горно-геологических и горнотехнических условиях предполагается сооружение сети из любых технически оправданных капитальных и подготовительных горных выработок. Данную сеть можно формализовать в терминах теории графов следующим образом: каждой дуге поставить в соответствие горную выработку, а вершине – сопряжение горных выработок. На множество дуг B должны быть известны функции затрат C_{ij} (масса дуги) и пропускные способности R_{ij} . Кроме того, в вершинах A задаются интенсивности d . Пунктам производства (очистным забоям) соответствуют положительные интенсивности, пунктам потребления (технологическому комплексу) – отрицательные и перевалочным пунктам (сопряжениям горных выработок, бункерам) – нулевые. При этом в горных выработках возможны следующие варианты:

- грузопоток угля $x^{(1)}$ и поток воздуха $x^{(2)}$;
- только поток воздуха $x^{(2)}$ (вентиляционные выработки);
- только грузопоток угля $x^{(1)}$ (выработки нейтральные по вентиляции).

Исходя из этого, для каждой выработки задаются пропускные способности по углю $R_{ij}^{(1)}$ и воздуху $R_{ij}^{(2)}$ и соответствующие им интенсивности $D_i^{(1)}$ и $D_i^{(2)}$.

Массы дуг будут представлять собой суммарные затраты на проведение, поддержание горной выработки, транспортирование по ней груза, проветривание, кондиционирование воздуха. Затраты на проведение и поддержание выработки в течение всего срока службы шахты зависят от площади ее поперечного сечения F и вида крепи k

$$R_{ijk}^{np} + R_{ijk}^{под} = f_{ijk}^k(F_{ij}). \quad (1)$$

Затраты на транспортирование груза определяются грузопотоком $x^{(1)}$ и видом транспорта:

$$R_{ijk}^{tp} = \varphi_{ijk}^l(x_{ij}^{(1)}). \quad (2)$$

Затраты на проветривание определяются количеством проходящего по выработкам воздуха $x^{(2)}$ и площадью поперечного сечения выработок F :

$$R_{ijk}^b = \varphi_{ijk}^k(x_{ij}^{(2)}, F_{ij}). \quad (3)$$

Затраты на кондиционирование рудничного воздуха определяются температурой воздуха θ_j , проходящего по выработке, и его дебитом:

$$R_{ijk}^{кв} = \eta_{ijk}(\theta_j, x^{(2)}). \quad (4)$$

Т.к. вид транспорта и тип крепи невозможно выразить аналитической зависимостью, для каждой дуги задается несколько сочетаний видов транспорта и крепи k и, следовательно, вершины i и j соединяются несколькими дугами, а исходный граф преобразуется в мультиграф.

Оптимизация параметров вскрытия и подготовки шахтного поля осуществляется для условий каждой конкретной шахты, но с учетом дополнительных ограничений по инвестициям и объему извлекаемых запасов.

Экономико-математическая модель. С учетом изложенного экономико-математическая модель задачи имеет следующий вид.

Минимизировать функцию цели:

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_t [C_{ijkt} x_{ijkt}^{(1)} + K_{ijkt}] \beta_t \rightarrow \min \quad (5)$$

при следующих ограничениях:

- по полноте извлечения запасов в t -м году;

$$x_{ijkt}^{(1)} \geq Z_{ijkt} \varepsilon_t; \quad (6)$$

- по объему добычи в t -м году:

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_t x_{ijkt}^{(1)} \geq D_t^n; \quad (7)$$

- по инвестициям на поддержание мощности:

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_t K_{ijkt} y_t \leq K_t; \quad (8)$$

- по пропускной способности выработок:

$$\sum_{k=1}^p x_{ij}^{(1)} \leq r_{ij}^{(1)}, \quad k = 1, 2, \dots, p;$$

$$\sum_{k=1}^p x_{ij}^{(2)} \leq r_{ij}^{(2)}, \quad k = 1, 2, \dots, p; \quad (9)$$

- по непрерывности потоков груза и воздуха:

$$\sum_{ij} x_{ijk}^{(1)} - \sum_{ij} x_{ijk}^{(1)} = d_i^{(1)};$$

$$\sum_{ij} x_{ijk}^{(2)} - \sum_{ij} x_{ijk}^{(2)} = d_i^{(2)}. \quad (10)$$

Условные обозначения, принятые в модели:

C_{ijkt} – эксплуатационные затраты на добычу;

K_{ijkt} – величина инвестиций на поддержание уровня добычи;

β_t – коэффициент дисконтирования;

Z_{ijkt} – балансовые запасы i -й шахты, подлежащие погашению при k -м варианте развития в t -м году j -го технологического звена;

ε_t – коэффициент извлечения в t -м году;

D_t^n – планируемый объем добычи в t -м году;

u_t – доля инвестиции по каждому звену в t -м году;

K_t – допустимый объем инвестиций.

В основу метода исследования на экстремум приведенной выше экономико-математической модели положена идея эволюционного моделирования и случайного поиска с «двойным возвратом» [4].

Выбор оптимальной структуры и параметров поддержания шахтного фонда начинается с установления положения стартовой точки X_0 , которая определяет исходное состояние поисковой системы. Эта точка принимается центром гиперсферы радиуса R , и с помощью датчика случайных чисел осуществляется реализация n -мерного случайного вектора. В исследуемой области оптимизируемых параметров определяется случайная точка:

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= X_i + \theta R_i^m; \quad i = 1, 2, \dots; \\ R_i^m &= (r_{i1}^m, r_{i2}^m, \dots, r_{in}^m). \end{aligned} \quad (11)$$

Если точка X_{i+1} удовлетворяет ограничениям модели (6)–(10), то она принимается в качестве стартовой. Если же все заданные S реализаций случайного вектора с проверкой ограничений не привели к успеху, то радиус гиперсферы R сокращается:

$$R^{m_{j+1}} = R^m k, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где k – параметр сходимости в зависимости от характера ограничений и размеров области поиска ($k = 0,8 \dots 0,99$).

Число случайных проб варьируется в пределах $15 < S < 35$. После этого осуществляется следующая серия пробных испытаний случайных точек на новой поверхности гиперсферы сокращенного радиуса. Процесс вариации радиуса гиперсферы продолжается до соблюдения условия:

$$R^{m_j} - R^{m_{j+1}} > K_R, \quad (13)$$

где K_R – критерий длины радиуса гиперсферы.

В противном случае по формуле:

$$R^{m_{j+1}} = R^{m_j} / K \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (14)$$

строится новая последовательность гиперсфер. При этом для каждого изменения радиуса гиперсферы вычисляются параметры случайных точек, проверяемых по ограничениям задачи. Если в ходе построения t гиперсфер стартовая точка X_0 , удовлетворяющая заданным ограничениям, не определена, то из последней S -й точки, лежащей на поверхности t -й гиперсферы, в случайном направлении производится «большой шаг» L :

$$\begin{aligned} L^K &= (l_1^k, l_2^k, \dots, l_n^k); \\ R^{m_0} &= R^{m_t} + L^k; \quad k = 0, 1, \dots, P. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, полученная случайная точка R будет центром новой гиперсферы, а, следовательно, и очередного цикла поиска стартовой точки.

Собственно «поиск» осуществляется после того, как найдена стартовая точка, удовлетворяющая ограничениям. Из указанной точки в случайном направлении производится s пробных шагов, параметры которых (длина и их число) определяются сложностью функции цели и ограничений. Первый шаг из этой серии, приводящий к изменению функции цели, будет «рабочим», а полученная точка X_i – стартовой:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{i+1}, & \text{ если } F(X_{i+1}) < F(X_i); \\ \bar{X}_{i+1}, & \text{ если } F(X_{i+1}) \geq F(X_i) > F(\bar{X}_{i+1}); \\ X_i, & \text{ если } F(\bar{X}_{i+1}) > F(X_i), \quad i = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\tilde{X}_{i+1} = X_i + H_i \theta_i$;

$$\bar{X}_{i+1} = \tilde{X}_{i+1} - 2H_i \theta_i;$$

θ_i – случайный вектор, равномерно распределенный в n -мерной единичной гиперсфере;

H_i – величина пробного шага.

Если ни один шаг серии случайных проб не приведет к изменению функционала (1), то длина «малого шага» уменьшается:

$$H_i^{j+1} = H_i^{(j)} k, \quad (17)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$ – номер рабочего шага;

$j = 0, 1, 2, \dots$ – номер вариации рабочего шага.

Если $H_i < k_w$ (k_w – параметр длины «малого шага»), то из точки X_{i+1} в случайном направлении производится «большой шаг»:

$$X_0 = X_{i+1} + L\theta, \quad (18)$$

где L – величина «большого шага», размер которого должен быть не меньше $3/4$ области оптимизируемых параметров развития шахтного фонда.

Осуществление определенного числа случайных проб при неудачном «малом шаге» в обоих направлениях позволяет системе поиска приобрести глобальные свойства. Последние достигаются за счет того, что, сохраняя некоторое время этот шаг неизменным, система поиска поднимается «по склону» и преодолевает таким образом «хребет» функции цели, после чего с помощью «большого шага» выводится из системы локальных экстремумов в другую случайную область.

Методики реализации алгоритма. Основные этапы подготовки исходной информации и алгоритм решения поставленной задачи на ЭВМ приведены ниже.

1. Построение по каждой i -й шахте мультиграфа вскрытия и подготовки шахтного поля. В соответствии с конкретными горно-геологическими условиями и наличием сооружений на поверхности устанавливаются различные сочетания вскрывающих и подготавливающих выработок, проведение которых целесообразно для поддержания мощности и развития шахты. На основе полученного набора технически возможных сочетаний горных выработок строится мультиграф, отражающий перспективы развития шахты. При этом ориентация дуг мультиграфа должна соответствовать предполагаемым направлениям движения потоков угля и воздуха.

2. Построение матрицы ориентации, которая является главной информационной базой о топологии сети, так как учитывает ориентацию дуг и последовательность исследования вершин исходного мультиграфа.

Матрица состоит из трех строк и столбцов, число которых равно числу дуг мультиграфа. При этом первая строка определяет порядковую нумерацию дуг, вторая – нумерацию вершин исходящих дуг и третья – нумерацию вершин входящих дуг.

3. Построение информационной матрицы. Она состоит из строк, число которых равно числу вершин. Число столбцов зависит от числа очистных забоев, бункеров, сопряжений, технологического комплекса на поверхности, производительности очистных забоев и потребности их в воздухе.

4. Построение матрицы условий, в которой число столбцов равно числу дуг, а число строк зависит от пропускных способностей дуг по грузу и воздуху, наличия или отсутствия пото-

ков по дугам (отмечается соответственно знаками +1 и 0), сроков поддержания горных выработок.

5. Задание видов крепи, транспортных средств и другого горношахтного оборудования составляет в виде отдельных матриц, элементами которых являются технологические и стоимостные параметры.

6. Формирование возможных вариантов развития шахтного фонда производится на основе альтернативного графа оптимизируемых параметров.

7. Подготовка массива исходных данных и ввод информации в ЭВМ. На этом этапе задаются условия включения в процессе оптимизации поисковой системы «большого» и «малого» шагов, количественные параметры мультиграфа (число вершин и дуг, интенсивности источников, пропускные способности и другие параметры, характеризующие топологию сети).

Процесс оптимизации начинается с определения допустимого варианта развития шахтного фонда. При этом в целевой функции учитываются суммарные текущие издержки и единовременные затраты с учетом фактора времени за весь рассматриваемый период.

Выводы

Определение экономически эффективных направлений воспроизводства фондов представляет собой задачу на отыскание оптимума в системе альтернативных решений, т.е. связанную с выбором оптимальных вариантов. Для ее решения наиболее целесообразно использовать дискретные модели путем замены непрерывных, нелинейных функций некоторой таблицей их значений в выбранных точках.

В соответствии с изложенными предпосылками разработана экономико-математическая модель выбора целесообразного варианта развития угольной шахты, использование которой позволит осуществлять обоснованный выбор основных характеристик способов вскрытия и подготовки запасов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Авдулов, П. В. Математическое программирование в горной промышленности [Текст] / П. В. Авдулов. – М.: МГИ, 1970. – 279 с.
2. Астахов, А. С. Линейное программирование в горном деле [Текст] / А. С. Астахов. – М.: Госгортехиздат, 1964. – 265 с.
3. Резниченко, С. С. Математическое моделирование в горной промышленности [Текст] / С. С. Резниченко. – М.: Недра, 1981. – 216 с.

4. Салли, В. И. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении [Текст] / В. И. Салли. – К.: Вища шк., 1991. – 460 с.
5. Устинов, М. И. Алгоритмизация и программирование задач оптимизации параметров угольных шахт [Текст] / М. И. Устинов, М. Н. Набродов. – М.: Недра, 1971. – 161 с.
6. Экономико-математическое моделирование в проектировании угольных шахт [Текст] / А. М. Курносков и др. – М.: Наука, 1969. – 208 с.
7. Вагонова, А. Г. Экономическое обоснование топологии сети горных выработок [Текст] / А. Г. Вагонова // Управление экономикой переходного периода. – Донецк: ІЕП НАН України, 2005. – С. 241-249.
8. Вагонова, А. Г. К проблеме регулирования качества угольного сырья и диверсификации обогащительного производства [Текст] / А. Г. Вагонова // Науковий вісник НГУ. – 2005. – № 3. – С. 93-96.

Поступила в редколлегию 18.03.2010.
Принята к печати 23.03.2010.