УДК 627.15

І. В. БАШКЕВИЧ (НТУ, Київ)

ВПЛИВ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАНСФОРМАЦІЇ РУСЛОВОЇ ВИТРАТИ НА МАКСИМАЛЬНУ ТА ЗАЛИШКОВУ ВЕЛИЧИНУ ЗАГАЛЬНОГО РОЗМИВУ

В статті представлено теоретичні дослідження впливу характеристик трансформації руслової витрати на максимальну та залишкову величину загального розмиву. В математичну модель загального розмиву характеристика трансформації руслової витрати записується з узагальненим показником степеня. В зв’язку з цим постає питання про необхідність удосконалення методики аналітичного визначення залишкового розмиву в системі багаторічного прогнозування розмиву на мостових переходах.

В статье представлены теоретические исследования влияния характеристик трансформации руслового расхода на максимальную и остаточную величину общего размыва. В математическую модель общего размыва характеристика трансформации руслового расхода записывается с обобщенным показателем степени. В связи с этим появляется вопрос о необходимости усовершенствования методики аналитического определения остаточного размыва в системе многолетнего прогнозирования размыва на мостовых переходах.

In the article the theoretical research of influence of transformation features of river-bed expense on the maximal and remaining value of general washout is presented. In the mathematical model of general washout the transformation feature of river-bed expense is written down with the generalized power. In this context, an issue about the necessity of improvement of method for analytical determination of the remaining washout in the system of long-term forecast of washout on bridge transitions appears.

Проектування мостових переходів вже з середини 80-х років минулого століття передбачає довгострокове прогнозування загального розмиву під мостами за багаторічний період [1], що знайшло своє відображення і в українських ДБН «Мости і труби. Норми проектування». Але його широке впровадження загальмовується відсутністю теоретичного обґрунтування деяких принципів, зокрема способу визначення залишкового розмиву від попередніх паводків. Проблема полягає в наступному.

Гідрологічний режим ріки й гідроморфологічні параметри її русла являють собою систему, що може підсилювати або послабляти інтенсивність загальних руслових деформацій у зоні впливу мостових переходів. Однак головним фактором розвитку загального розмиву є величина й характер трансформації руслової витрати, обумовлена стисненням ріки підходами до моста. Загальний розмив під мостом залежить як від абсолютної величини коефіцієнта трансформації руслової витрати, так і від характеру його зміни в границях зони стиснення. Тому варто встановити зв’язок між величиною загального розмиву під мостом і різними характеристиками трансформації руслової витрати.

З цією метою формула для визначення характеристики трансформації руслової витрати [2] записується з узагальненим показником степеня

$$\beta = \frac{1}{(1-\frac{l}{R})^n}, \tag{1}$$

де l – відстань від початку стиснення; R – параметр центральної струмини, який становить

$$R = \frac{\beta_\text{м} \cdot l_\text{с}}{\beta_\text{м} - 1}, \tag{2}$$

де $\beta_\text{м}$ – коефіцієнт стиснення потоку під мостом; $l_\text{с}$ – довжина зони стиснення.

Якщо врахувати (2) в (1), матимемо

$$\beta = \frac{1}{(1-\frac{l}{l_\text{с}}\cdot b)^n}, \tag{3}$$

де $b = 1 - \frac{1}{\beta_\text{м}^{\frac{1}{n}}}$.

Для перевірки зроблених перетворень розглядаються граничні умови:

коли l = 0, маємо $\beta_\text{м} = 1$ – початок зони стиснення;

коли l = $l_\text{с}$, маємо $\beta_\text{м} = \beta_\text{м}$ – під мостом.

Надаючи показнику степеня різні значення від 0,1 до 1,3, одержимо різні характеристики трансформації руслової витрати, які наведені на рис. 1.

Як свідчать теоретичні дослідження, при невеликому стисненні (рис. 1), тобто в момент залишкового розмиву, характеристики трансформації руслової витрати змінюється практично за лінійним законом. Для залишкового розмиву ця витрата повинна бути щонайменшою з можливих, тобто не менше допустимої похибки її гідрометричного визначення в натурних умовах, яка за даними О. А. Лучшевої [3] становить 2 %. Таким чином, найменша витрата заплавного потоку, яку можна заміряти, дорівнює двом відсоткам витрати руслового потоку в брівках, який на цей момент дорівнює загальній витраті ріки $0{,}02 \cdot Q_{р.б.} = Q$.

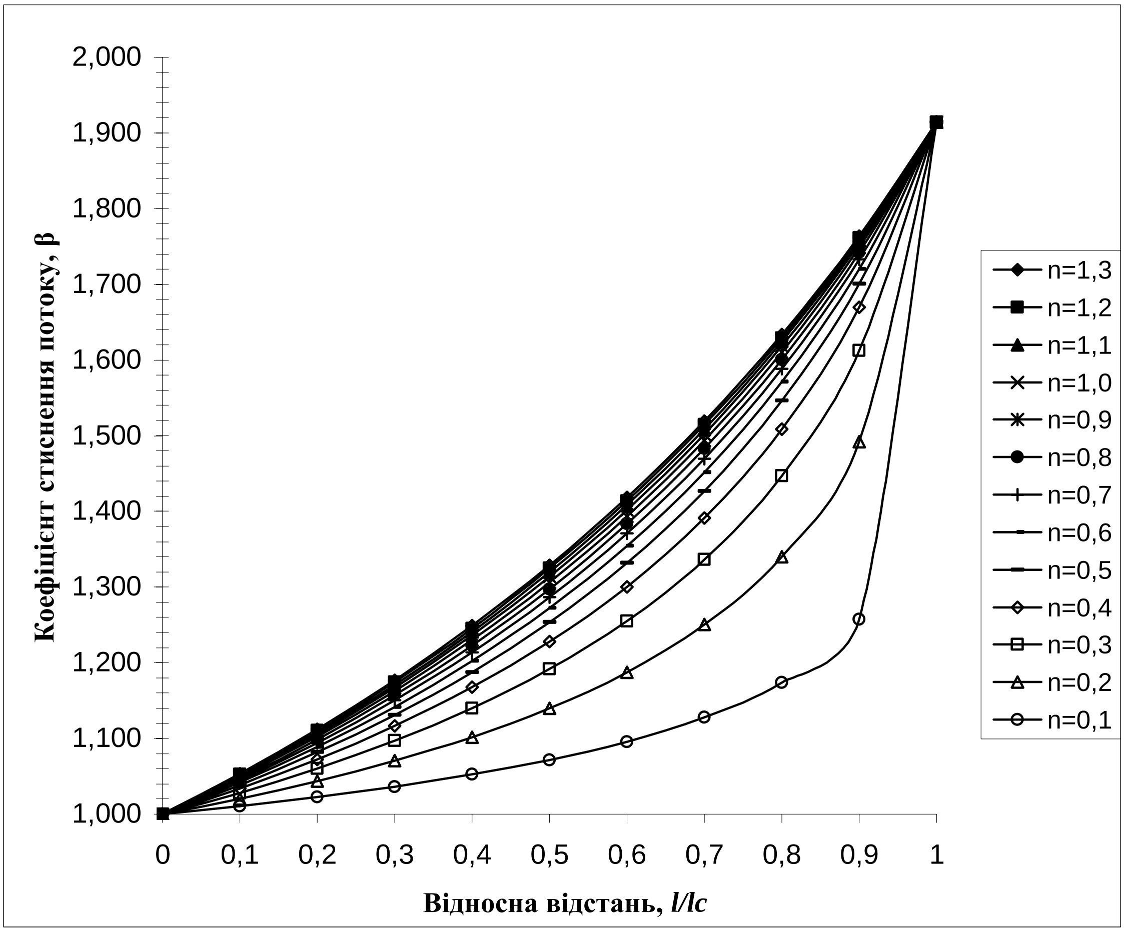

Рис. 1. Узагальнені характеристики трансформації руслової витрати

Для одержання змістовних результатів, що відбивають сутність впливу різних умов формування змінного уздовж шляху руслової витрати на величину загального розмиву під мостом, досить обмежиться аналізом його верхньої границі. У зв’язку із цим виникає необхідність в одержанні аналітичного виразу для верхньої межі загального розмиву, що враховує різні характеристики трансформації руслової витрати.

Математична модель для рішення поставленого завдання має вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial G}{\partial l} - B \cdot \dfrac{\partial h}{\partial t} = 0 - \text{рівняння балансу наносів;} \\ G = \mathrm{A}_{\partial} \cdot B \cdot V^{m} \quad - \text{транспортуюча спроможність потоку;} \\ Q = B \cdot h \cdot V \quad - \text{рівняння нерозривності потоку;} \\ \beta_{р} = \left(1 - \dfrac{l}{l_c}\right)^{-n} \quad - \text{характеристика трансформації руслової витрати.} \end{cases} \quad (4)$$

Початкові умови задаються у вигляді $h = h_{pn}$.

Перехід від змінної l до змінної β здійснюється за правилом:

$$\frac{\partial G}{\partial l}=\frac{\partial G}{\partial \beta}\cdot\frac{d\beta}{dl}\,. \tag{5}$$

Похідна $\frac{d\beta}{dl}$ буде такою:

$$\frac{d\beta}{dl}=-\frac{n}{\left(1-\frac{l}{l_{\text{с}}}\cdot b\right)^{n+1}}\cdot\left(-\frac{b}{l_{\text{с}}}\right). \tag{6}$$

Якщо показник степені $n+1$ помножити і поділити на n, то вираз похідної буде

$$\frac{d\beta}{dl}=\frac{n\cdot b}{l_{\text{с}}}\cdot\beta^{1+\frac{1}{n}}\,. \tag{7}$$

З урахуванням отриманої похідної $\frac{d\beta}{dl}$ похідна $\frac{\partial G}{\partial l}$ записується таким чином:

$$\frac{\partial G}{\partial l}=\frac{n\cdot b}{l_{\text{с}}}\cdot\beta^{1+\frac{1}{n}}\cdot\left(\frac{4\beta^3}{B_{\text{р}}^3\cdot h^4}-\frac{3\beta^4}{B_{\text{р}}^3\cdot h^4}\times\right.$$
$$\left.\times\frac{dB_{\text{р}}}{d\beta}--\frac{4\beta^4}{B_{\text{р}}{}^3\cdot h^5}\frac{dh}{d\beta}\right)\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}{}^4\,. \tag{8}$$

Після підстановки рівняння балансу наносів матимемо квазілінійне рівняння загального розмиву:

$$\frac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^5}\cdot\frac{dh}{d\beta}+B_{\text{р}}\frac{dh}{dl}=$$
$$=\frac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_c\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^4}-\frac{3\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4}{l_c\cdot B_{\text{р}}^4\cdot h^4}\times$$
$$\times\, n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}\cdot\frac{dB_{\text{р}}}{d\beta}\,. \tag{9}$$

В теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними доводиться, що квазілінійному рівнянню з двома незалежними змінними відповідає система з двох звичайних диференціальних рівнянь, яка в симетричній формі набуває виду:

$$\frac{d\beta}{\dfrac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^5}}=\frac{dt}{B_{\text{р}}}=$$
$$=\frac{dh}{\dfrac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^4}}-$$
$$-\frac{dh}{\dfrac{3\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^4\cdot h^4}}\,. \tag{10}$$

Складові елементи системи (10) являють собою відношення диференціалів незалежних змінних до коефіцієнтів при відповідних похідних розшукуваної функції. Для складання двох звичайних рівнянь треба згуртувати їх попарно в будь-якому порядку. Таких комбінацій, що не повторюють самих себе, може бути тільки три. Наприклад, перше з другим, перше з третім і третє з другим. З метою отримання загального рішення квазілінійного рівняння немає потреби розв'язувати їх всі три. Досить розв'язати будь-які два. Вибір цих рівнянь залежить від складності їх рішення і пов'язаних з цим ускладнень, що виникають при врахуванні початкових умов.

Перше звичайне диференціальне рівняння утворюється внаслідок комбінації крайніх членів системи (10):

$$\frac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^5}\cdot dh=$$
$$=\frac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_c\cdot B_{\text{р}}^3\cdot h^4}d\beta-$$
$$=\frac{3\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^4\cdot n\cdot b\cdot\beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c\cdot B_{\text{р}}^4\cdot h^4}\cdot\frac{dB_{\text{р}}}{d\beta}\cdot d\beta\,. \tag{11}$$

Після зведення подібних членів, рівняння (11) набувають виду звичайного з відокремленими змінними:

$$\frac{dh}{h}=\frac{d\beta}{\beta}-\frac{3}{4}\frac{dB_{\text{р}}}{B_{\text{р}}}\,. \tag{12}$$

Проінтегрувавши ліву і праву частини, отримуємо його загальне рішення:

$$B_{\text{р}}^{\frac{3}{4}}\cdot\frac{h}{\beta}=\psi_1\,. \tag{13}$$

Друге рівняння доцільно утворити, поєднавши перший і другий члени системи (10):

$$\frac{4\cdot A\cdot Q_{\text{рп}}^{4}\cdot n\cdot b\cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}}\cdot dt = d\beta\,. \qquad (14)$$

Проінтегрувавши ліву і праву частину рівняння

$$\frac{4\cdot A\cdot n\cdot b}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}}\cdot \int Q_{\text{рп}}^{4}dt = \int \frac{d\beta}{\beta^{5+\frac{1}{n}}}\,, \qquad (15)$$

розв'язок якого становить:

$$\frac{4\cdot A\cdot n\cdot b\cdot \Gamma}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}} + \frac{1}{(4+\frac{1}{n})\cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}} = \psi_2\,, \qquad (16)$$

де $\Gamma = \int Q_{\text{рп}}^{4}dt$ – інтегральна функція гідрографу. У виразах (13) і (16) ψ_1 та ψ_2 – сталі інтегрування.

На відмінну від звичайних диференціальних рівнянь, для яких загальне рішення повністю визначається невідомою сталою величиною, загальне рішення диференціальних рівнянь з частинними похідними являє собою невизначену функцію Ф від інтегралів (10) і (13). Таким чином, загальне рішення квазілінійного рівняння (7) становить:

$$\Phi\left(B_{\text{р}}^{\frac{3}{4}}\cdot\frac{h}{\beta}, \frac{4\cdot A\cdot n\cdot b\cdot \Gamma}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}} + \frac{1}{\left(4+\frac{1}{n}\right)\cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}}\right) = 0\,.$$

Вид функції Ф визначається шляхом врахування початкових умов, тобто розв'язання задачі Коші.

Для здобуття частинного рішення, треба інтеграли (13) і (16) записати стосовно початкового моменту $t_0 = 0$. Тобто всім членам, явно залежним від часу t, надати значення, які вони повинні мати в початковий момент. Такою величиною є тільки природна руслова витрата води $Q_{\text{рп}}$. Тому в початковий момент розвитку руслових деформацій інтегральна функція гідрографу $\Gamma = \int Q_{\text{рп}}^{m}dt = 0$. Інтеграл (13) залишається без змін, а інтеграл (16) позбувається другої складової:

$$B_{\text{р}}^{\frac{3}{4}}\cdot\frac{h}{\beta} = \overline{\psi}_1\,; \qquad (17)$$

$$\frac{1}{(4+\frac{1}{n})\cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}} = \overline{\psi}_2\,. \qquad (18)$$

Визначивши з останніх виразів функцію h та аргумент β, матимемо їх явні залежності від інтегралів $\overline{\psi}_1$ та $\overline{\psi}_2$:

$$h = \frac{1}{B_{\text{р}}^{\frac{3}{4}}}\cdot\overline{\psi}_1\cdot\beta\,; \qquad (19)$$

$$\beta = \left[\frac{1}{(4+\frac{1}{n})\cdot\overline{\psi}_2}\right]^{\frac{1}{4+\frac{1}{n}}}. \qquad (20)$$

Тепер, якщо підставити (19) у початкові умови $h = h_{\text{рп}}$, отримаємо:

$$h_{\text{рп}} = \frac{1}{B_{\text{р}}^{\frac{3}{4}}}\cdot\overline{\psi}_1\cdot\left[\frac{1}{\left(4+\frac{1}{n}\right)\cdot\overline{\psi}_2}\right]^{\frac{1}{4+\frac{1}{n}}} \qquad (21)$$

Підставимо (17) і (18) у вираз (21), отримаємо:

$$h_{\text{рп}} = \frac{h}{\beta}\cdot\left[\frac{1}{\frac{1}{\beta^{4+\frac{1}{n}}} + \frac{4\cdot\left(4+\frac{1}{n}\right)\cdot A\cdot b\cdot\Gamma}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}}}\right]^{\frac{1}{4+\frac{1}{n}}}. \qquad (22)$$

Виконавши звичайні алгебраїчні перетворення, отримуємо:

$$h = h_{\text{рп}}\cdot\beta\cdot\left[\frac{1}{\beta^{4+\frac{1}{n}}} + \frac{4\cdot\left(4+\frac{1}{n}\right)\cdot A\cdot b\cdot\Gamma}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}}\right]^{\frac{1}{4+\frac{1}{n}}}.$$

Тоді основна розрахункова залежність набуває такого виду:

$$h = h_{\text{рп}}\cdot\left[1+\frac{4\cdot\left(4+\frac{1}{n}\right)\cdot A\cdot b\cdot\Gamma\cdot\beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_{\text{с}}\cdot B_{\text{р}}^{4}\cdot h^{5}}\right]^{\frac{1}{4+\frac{1}{n}}}. \qquad (23)$$

Якщо треба визначити глибину загального розмиву тільки під мостом, одержуємо таку залежність:

$$h = h_{\text{рп}} \left[1 + \frac{4 \cdot \left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot A \cdot b \cdot \Gamma \cdot \beta_{\text{м}}^{4} \cdot \left(\beta_{\text{м}}^{\frac{1}{n}} - 1\right)}{l_{\text{с}} \cdot B_{\text{р}}^{4} \cdot h^{5}} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}} \qquad (24)$$

Дослідження залежності глибини, що відповідає загальному розмиву, від параметра n, що визначає характеристику трансформації руслової витрати, виконано за допомогою аналітичної формули (24) для мостового переходу через річку Ольшанка. Вихідними даними були: морфологічні характеристики р. Ольшанка, ряди спостережень, криві витрат, водомірні графіки. Для визначення глибини в розмитому руслі (24) були побудовані гідрограф руслової та загальної витрати 1 % забезпеченості та інтегральна функція гідрографа 1 % забезпеченості. Графічне зображення результатів дослідження показане на рис. 2.

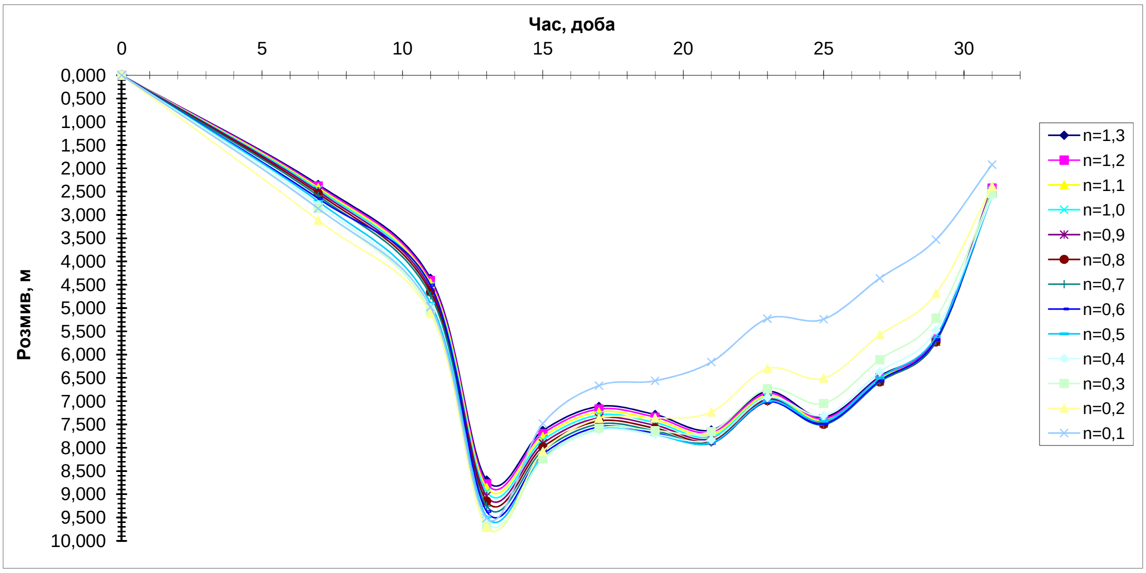

Рис. 2. Залежність загального розмиву від характеру трансформації загальної витрати

Висновки

1. Витрата потоку для залишкового розмиву повинна бути щонайменшою з можливих, тобто не менше допустимої похибки її гідрометричного визначення в натурі і приймається рівною $0{,}02Q_{\text{р}}$.
2. Коефіцієнт стиснення потоку під мостом $\beta_{\text{м}}$ при залишковому розмиві практично лінійно зменшується до 1,0 на початку зони стиснення.
3. Значення величини загального розмиву зростають зі збільшенням показника степеня n в характеристиці трансформації руслової витрати.
4. Характеристика руслової витрати з показником степеня $n = 0{,}1$ виходить за межі теоретичної області існування коефіцієнтів n, і в подальшому може бути виключена з аналізу.
5. При зміні показника степеня n від $n = 0{,}4$ до $n = 1{,}3$ графіки, що показують глибину в розмитому руслі під час проходження паводка, майже накладаються один на одного. Це свідчить про те, що величина загального розмиву на мостових переходах не залежить від характеру трансформації руслової витати.
6. Отримані результати дозволяють здійснити аналітичну реалізацію математичної моделі загального розмиву багаторічного прогнозу руслових деформацій на мостових переходах.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. СНиП 2.05.03.–84 (Мосты и трубы) [Текст]. – М.: ЦИТП Госстроя СРСР, 1985. – 199 с.
2. Андреев, О. В. Проектирование мостовых переходов [Текст] / О. В. Андреев. – М.: Транспорт, 1980. – 215 с.
3. Лучшева, А. А. Практическая гидрометрия [Текст] / А. А. Лучшева. – Л.: Гидрометеоиздат, 1972. – 380 с.
4. Срибный, М. Ф. Нормы сопротивления движению естетвенных водотоков и расчет отверстий больших мостов [Текст] / М. Ф. Срибный. – М.-Л.: Госстройиздат, 1932. – 148 с.

Надійшла до редколегії 02.04.2010.
Прийнята до друку 10.04.2010.